

Analisis Solusi Beberapa Metode Integrasi Numerik Berbasis Matlab Mobile

Silvana Samaray

Program Studi Teknik Informatika

STMIK Pontianak

Pontianak, Indonesia

e-mail: silvana.samaray@stmikpontianak.ac.id

Abstrak

Integrasi numerik merupakan sub pokok bahasan dalam perkuliahan metode numerik yang diberikan kepada mahasiswa program studi Teknik Informatika. Persoalan integral yang sulit diselesaikan secara analitik dapat dicari solusi nilai hampirannya dengan menggunakan integrasi numerik. Pencarian solusi dari integrasi numerik dengan cara manual cukup sulit dipahami bagi sebagian besar mahasiswa karena membutuhkan waktu pengerjaan yang cukup lama dengan proses berulang-ulang dan seringkali memberikan hasil akhir yang belum akurat. Permasalahan tersebut dapat diatasi dengan penggunaan media pembelajaran yang terdapat pada smartphone, yaitu Matlab Mobile. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis akurasi solusi numerik berbasis Matlab Mobile dari metode trapezoida, metode Simpson 1/3 dan metode Simpson 3/8 terhadap penyelesaian integral fungsi aljabar, fungsi eksponensial dan fungsi trigonometri. Analisis akan dilakukan dengan 1) membandingkan akurasi solusi integrasi numerik menggunakan cara manual dengan penggunaan Matlab Mobile; 2) membandingkan solusi analitik dengan solusi numerik berbasis Matlab Mobile berdasarkan tingkat persentase galat, guna melihat tingkat akurasi solusi dari metode trapezoida, metode Simpson 1/3 dan metode Simpson 3/8. Hasil analisis menunjukkan bahwa aplikasi Matlab Mobile pada smartphone dapat menjadi salah satu alternatif media pembelajaran dalam pokok bahasan integrasi numerik dengan tingkat akurasi solusi yang tinggi.

Kata kunci: integrasi numerik, metode trapezoida, metode Simpson 1/8, metode Simpson 3/8, Matlab Mobile.

Abstract

Numerical integration is a subtopic of the numerical methods course offered to Informatics Engineering students. Numerical integration solutions can be used to address integral problems that are difficult to answer analytically. The manual search for solutions from numerical integration is difficult for most students to understand since it needs a long processing time with multiple processes and frequently yields inaccurate results. These issues can be avoided by using learning media found on smartphones, specifically Matlab Mobile. The purpose of this study was to evaluate the accuracy of Matlab Mobile-based numerical solutions to integral algebraic functions, exponential functions, and trigonometric functions using the trapezoidal method, Simpson's 1/3 method, and Simpson's 3/8 method. The analysis was performed by 1) comparing the accuracy of the numerical integration solution using the manual method with the use of Matlab Mobile; and 2) comparing the analytical solution with a numerical solution based on Matlab Mobile based on the percentage error rate, in order to determine the level of accuracy of the solution from the trapezoidal method, Simpson's 1/3 method, and Simpson's 3/8 method. The analysis results demonstrate that the Matlab Mobile application on a smartphone can be utilized as an alternate learning medium for numerical integration with a high level of solution accuracy.

Keywords: numerical integration, trapezoidal method, Simpson's 1/8 method, Simpson's 3/8 method, Matlab Mobile.

1. Pendahuluan

Implementasi integral banyak digunakan dalam bidang sains dan teknik. Banyak kita temukan permasalahan sehari-hari dalam bidang sains dan teknik yang memerlukan keterkaitan dengan solusi integral. Namun jika fungsi yang akan diintegrasikan terlalu rumit, akan sangat sulit dicari solusi sejatinya dengan menggunakan aturan kalkulus yang sifatnya analitik [1]. Untuk mengatasi permasalahan tersebut, dapat digunakan metode integrasi numerik.

Integrasi numerik merupakan metode yang dapat digunakan untuk menemukan nilai solusi hampiran dari suatu persoalan integral tentu [2]. Solusi hampiran yang didapatkan dari integrasi numerik memang tidak selalu persis sama dengan solusi sejatinya, akan ada nilai galat dalam solusi integrasi numerik, semakin kecil nilai galat, semakin akurat solusi suatu metode integrasi numerik. Dalam perhitungan solusi dalam integrasi numerik dilakukan iterasi untuk menghasilkan solusi yang lebih teliti dan akurat [3].

Salah satu pendekatan dalam mendapatkan metode integrasi numerik adalah berdasarkan pendekatan interpolasi polinomial. Salah satu kelompok metode penyelesaian integrasi numerik berdasarkan pendekatan interpolasi polinomial yaitu Metode *Newton-Cotes*. Metode yang diturunkan dari metode *Newton-Cotes* terdiri dari metode trapezoida, metode *Simpson 1/3* dan metode *Simpson 3/8*.

Integrasi numerik sendiri merupakan bagian dari pokok bahasan dalam perkuliahan metode numerik yang diberikan kepada mahasiswa program studi Teknik Informatika. Integrasi numerik merupakan pokok bahasan yang cukup sulit dipahami bagi sebagian besar mahasiswa. Kesulitan yang dialami oleh mahasiswa karena dalam pencarian solusi integrasi numerik masih secara manual yang membutuhkan waktu pengerjaan yang lumayan lama karena proses pengerjaan yang berulang-ulang dan seringkali memberikan hasil akhir yang belum akurat [4]. Berdasarkan hasil dari pra penelitian yang dilakukan terkait pembelajaran integrasi numerik secara manual, mahasiswa menunjukkan rasa kurang tertarik dan mengakibatkan mahasiswa menjadi kurang aktif pada saat proses pembelajaran [5]. Dapat disimpulkan bahwa pembelajaran integrasi numerik dengan cara manual menimbulkan kesulitan pada mahasiswa yang mengakibatkan kurangnya antusiasme mahasiswa dalam proses pembelajaran.

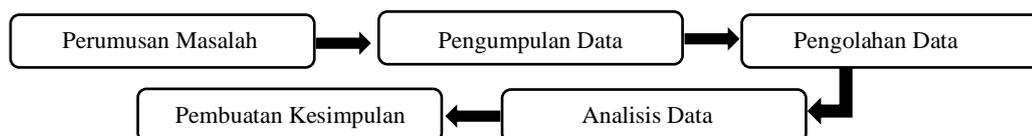
Kurangnya antusiasme mahasiswa dalam pembelajaran dapat disiasati dengan penggunaan media pembelajaran. Media pembelajaran yang inovatif, kreatif dan mudah digunakan dapat meningkatkan antusiasme mahasiswa dan membangkitkan motivasi belajar [6]. Salah satu media pembelajaran yang dapat digunakan dalam pencarian solusi integrasi numerik adalah aplikasi *Matrix Laboratory (Matlab)*. *Matlab* adalah lingkungan komputasi numerik dengan bahasa pemrograman generasi keempat yang telah banyak digunakan untuk membantu menyelesaikan permasalahan yang melibatkan proses komputasi di berbagai bidang [7]. *Matlab* juga mudah untuk digunakan karena dalam penyelesaiannya menggunakan ekspresi notasi matematika yang sudah familiar. Program *Matlab* berhasil digunakan untuk membandingkan hasil numerik dan hasil analitik dari persoalan integrasi numerik untuk interval titik yang berbeda menggunakan aturan *Boole* [8].

Dari media pembelajaran yang sering digunakan dalam proses pembelajaran jarang sekali *smartphone* dipilih sebagai media pembelajaran [9]. Sementara dengan kemajuan teknologi dewasa ini, sangat memungkinkan penggunaan media *smartphone* dalam proses pembelajaran. Selain itu pengguna aktif *smartphone* sudah tersebar hampir di semua kalangan masyarakat. Pada *smartphone* terdapat aplikasi *playstore* yang menyediakan berbagai *software* yang dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran, salah satunya adalah *Matlab Mobile*. Dari hasil penelitian terdahulu didapatkan hasil bahwa penggunaan *Matlab Mobile* sebagai alat pendukung dalam pembelajaran mata kuliah metode numerik memberikan kontribusi dalam meningkatkan pemahaman dan kinerja akademik mahasiswa [10].

Untuk menyiasati permasalahan yang terjadi, pada penelitian ini akan diberikan analisis tentang penggunaan aplikasi *Matlab Mobile* dalam menemukan solusi integrasi numerik dengan menggunakan metode trapezoida, metode *Simpson 1/3* dan metode *Simpson 3/8* pada fungsi aljabar, fungsi eksponensial dan fungsi trigonometri. Analisis dilakukan untuk melihat apakah aplikasi *Matlab Mobile* pada *smartphone* dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran untuk menemukan solusi penyelesaian masalah integrasi numerik. Analisis akan dilakukan dengan 1) membandingkan akurasi solusi integrasi numerik menggunakan cara manual dengan solusi berbasis *Matlab Mobile*; 2) membandingkan solusi analitik dengan solusi numerik berbasis *Matlab Mobile* berdasarkan tingkat persentase galat, guna melihat tingkat akurasi solusi dari metode trapezoida, metode *Simpson 1/3* dan metode *Simpson 3/8*.

2. Metode Penelitian

Dalam penelitian ini menggunakan jenis penelitian eksperimen. Tahapan-tahapan yang akan dilakukan dalam penelitian disajikan dalam Gambar 1 berikut:



Gambar 1. Tahapan Penelitian

2.1. Perumusan Masalah

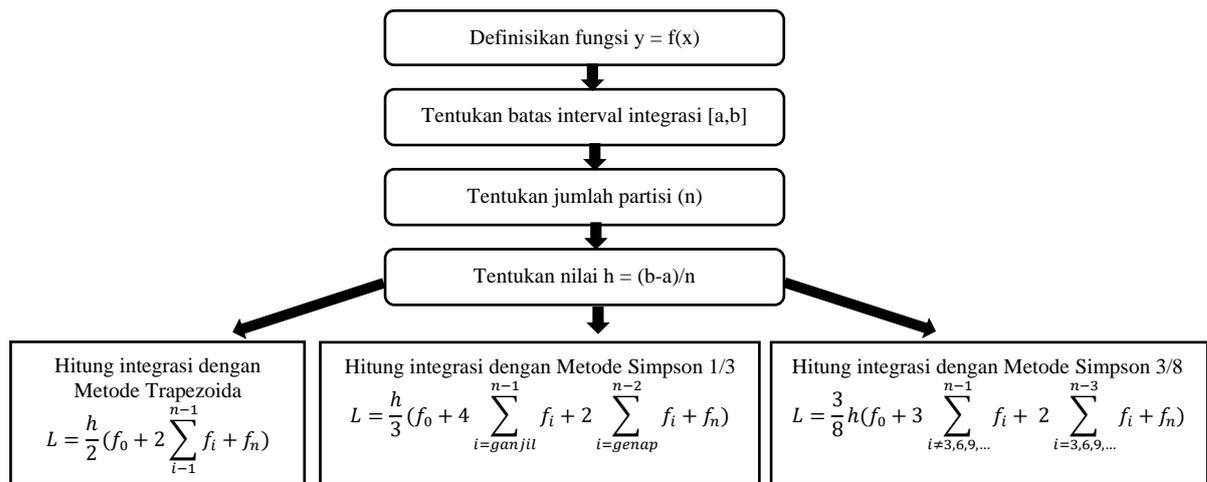
Merumuskan masalah yang akan di analisis. Perumusan masalah terdapat pada Bab 1.

2.2. Pengumpulan Data

Membuat contoh soal integral sebanyak 3 soal yang terdiri dari soal integral fungsi aljabar, fungsi eksponensial dan fungsi trigonometri, yang akan diterapkan pada 3 metode (Metode trapezoida, *Simpson 1/3* dan *Simpson 3/8*) untuk dicari solusinya secara analitik.

2.3. Pengolahan Data

- a. Menyelesaikan contoh soal menggunakan metode Trapezoida, *Simpson 1/3* dan *Simpson 3/8* secara numerik dengan partisi sebanyak 12 dengan cara manual berbantuan *Microsoft Excel*.
- b. Menyelesaikan contoh soal menggunakan metode Trapezoida, *Simpson 1/3* dan *Simpson 3/8* secara numerik dengan partisi sebanyak 12 berbasis *Matlab Mobile*. Algoritma yang akan dilakukan untuk masing-masing metode integrasi [11], disajikan dalam Gambar 2 berikut:



Gambar 2. Algoritma dari Metode Trapezoida, Simpson 1/3 dan simpson 3/8

- c. Membandingkan hasil penyelesaian yang didapatkan dari poin a dan b.
- d. Menghitung galat dari masing-masing metode yang didapat dari perhitungan pada *Matlab Mobile* dan membandingkan hasilnya.

2.4. Analisis Data

Menganalisis hasil pengolahan data dari masing-masing metode

2.5. Pembuatan kesimpulan

Menarik kesimpulan dilakukan berdasarkan hasil analisis data.

3. Hasil dan Pembahasan

Dalam penelitian kali ini, kita akan mencari solusi penyelesain dari integral tentu. Integral tentu dituliskan sebagai:

$$I = \int_a^b f(x) dx \tag{1}$$

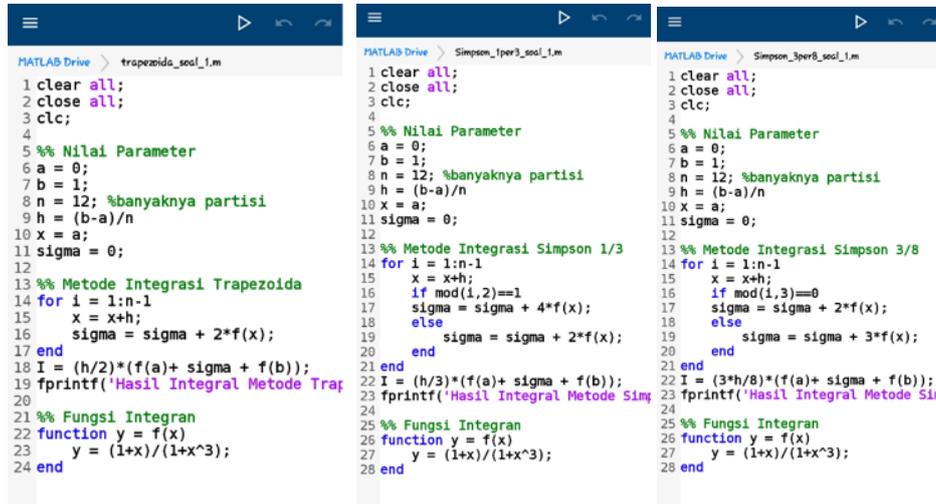
dengan $f(x)$ merupakan fungsi dan $[a, b]$ adalah batas bawah dan batas atas integrasi.

Diberikan 3 contoh soal integral, dimana soal pertama merupakan fungsi aljabar, soal kedua merupakan fungsi eksponen dan soal ketiga merupakan fungsi trigonometri. Berikut adalah contoh soal integral yang solusinya akan dianalisis:

1. $\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^3} dx$
2. $\int_0^2 x^2 e^x dx$
3. $\int_1^2 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$

Solusi dari ketiga contoh di atas akan diteliti sampai 6 tempat desimal. Solusi analitik untuk soal pertama adalah 1,209200, untuk soal kedua adalah 12,778112 dan untuk soal ketiga adalah 0,790316. Selanjutnya ketiga contoh soal akan dicari solusi numeriknya menggunakan metode trapezoida, *Simpson 1/3* dan *Simpson 3/8* dengan partisi sebanyak 12, dengan cara manual berbantuan *Microsoft Excel*. Hasil pengolahan data dapat dilihat dalam Tabel 1.

Langkah berikutnya akan dicari solusi numerik berbasis *Matlab Mobile* dari ketiga contoh soal dengan menggunakan metode Trapezoida, *Simpson 1/3* dan *Simpson 3/8* secara numerik dengan partisi sebanyak 12. Proses pencarian solusi integrasi numerik berbasis *Matlab Mobile* untuk masing-masing metode dilakukan berdasar pada algoritma yang diberikan pada Bab 2. Solusi numerik berbasis *Matlab Mobile* disajikan lengkap pada Tabel 1. Proses pencarian solusi numerik dengan bahasa pemrograman *Matlab Mobile* untuk soal nomor 1 menggunakan metode Trapezoida, *Simpson 1/3* dan *Simpson 3/8* disajikan dalam Gambar 3. Untuk soal nomor 2 dan 3 tidak disajikan karena bahasa pemrogramannya sama, hanya berbeda di bagian batas integral dan *function* saja.



Gambar 3. Bahasa pemrograman *Matlab Mobile* untuk soal nomor satu.

Selanjutnya dilakukan perhitungan persentase galat dari masing-masing metode yang didapat dari perhitungan berbasis *Matlab Mobile*. Hasil perhitungan pesentase galat dari ketiga soal menggunakan tiga metode disajikan dalam Tabel 1 untuk dianalisis lebih lanjut. Persentase galat didapatkan dengan rumus [12]:

$$\text{Persentase Galat} = \frac{|\text{Solusi Analitik} - \text{Solusi Numerik}|}{\text{Solusi Analitik}} \times 100\% \tag{2}$$

Pada Tabel 1 berikut disajikan lengkap hasil dari solusi analitik, solusi numerik secara manual dan solusi numerik berbasis *Matlab Mobile* dilengkapi dengan nilai persentase galat dari tiap soal fungsi integral.

Tabel 1. Hasil Pengolahan Data

Soal	Solusi Analitik	Solusi Numerik (Manual)		Solusi Numerik (<i>Matlab Mobile</i>)		
		Metode	Nilai	Metode	Nilai	Galat
1. $\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^3} dx$	1,209200	Trapezoida	1,208041	Trapezoida	1,208041	0,0958 %
		<i>Simpson 1/3</i>	1,209203	<i>Simpson 1/3</i>	1,209203	0,0002 %
		<i>Simpson 3/8</i>	1,209207	<i>Simpson 3/8</i>	1,209207	0,0006 %
2. $\int_0^2 x^2 e^x dx$	12,778112	Trapezoida	12,914779	Trapezoida	12,914779	1,0695 %
		<i>Simpson 1/3</i>	12,778779	<i>Simpson 1/3</i>	12,778779	0,0052 %
		<i>Simpson 3/8</i>	12,779603	<i>Simpson 3/8</i>	12,779603	0,0117 %
3. $\int_1^2 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$	0,790316	Trapezoida	0,789984	Trapezoida	0,789984	0,0420 %
		<i>Simpson 1/3</i>	0,790316	<i>Simpson 1/3</i>	0,790316	0 %
		<i>Simpson 3/8</i>	0,790316	<i>Simpson 3/8</i>	0,790316	0 %

Pada Tabel 1, untuk soal pertama yang merupakan fungsi aljabar didapatkan solusi yang sama antara solusi numerik secara manual dengan solusi numerik berbasis *Matlab Mobile*. Pada soal kedua yang merupakan fungsi eksponen juga didapatkan hasil yang sama antara solusi numerik secara manual dengan solusi numerik berbasis *Matlab Mobile*. Begitu pula pada soal ketiga yang merupakan fungsi trigonometri, juga didapatkan hasil yang sama antara solusi numerik yang didapatkan secara manual dengan solusi numerik berbasis *Matlab Mobile*. Dari ketiga soal dengan fungsi yang berbeda yang diberikan, tidak

didapatkan perbedaan solusi numerik antara pencarian secara manual dengan solusi numerik berbasis *Matlab Mobile*. Jadi dapat disimpulkan bahwa solusi numerik berbasis *Matlab Mobile* memiliki solusi yang sama dengan solusi numerik yang diperoleh secara manual. Dengan bahasa pemrograman *Matlab Mobile* yang benar, maka *Matlab Mobile* dapat digunakan sebagai alternatif *tool* yang bisa digunakan untuk pencarian solusi integrasi numerik.

Perhitungan persentase galat dari masing-masing metode berdasarkan solusi integrasi numerik berbasis *Matlab Mobile* dapat dijabarkan sebagai berikut: 1) Pada metode trapezoida menunjukkan rata-rata galat sebesar 0,4024 %, ini menunjukkan tingkat akurasi solusi yang tinggi, yaitu sebesar 99,5976%; 2) Pada metode *Simpson 1/3* menunjukkan rata-rata galat 0,0018%, dengan tingkat akurasi solusi sebesar 99,9982%; 3) Pada metode *Simpson 3/8* menunjukkan rata-rata galat 0,0041% dengan tingkat akurasi solusi sebesar 99,9959%.

Perhitungan galat dari solusi integrasi numerik sangat dipengaruhi oleh banyaknya partisi yang digunakan dalam proses perhitungan. Uji coba integrasi numerik berdasarkan metode Trapezoida, metode *Simpson 1/3* dan metode *Simpson 3/8* pada percobaan ini menggunakan 12 partisi. Dari hasil analisis penelitian yang telah dilakukan, menunjukkan bahwa banyaknya partisi sangat berpengaruh terhadap akurasi solusi integrasi numerik, semakin banyak jumlah partisi yang digunakan, maka semakin akurat solusi yang dihasilkan [4].

Dari ketiga metode yang digunakan berbasis *Matlab Mobile*, metode *Simpson 1/3* memiliki hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan dua metode lainnya. Hasil tersebut sejalan dengan penelitian terdahulu yang menyatakan bahwa akurasi solusi untuk metode *Simpson 1/3* lebih baik daripada metode trapezoida dan metode *Simpson 3/8* karena memiliki konvergensi yang lebih cepat [13]. Dari ketiga soal yang dikerjakan dengan tiga metode berbasis *Matlab Mobile* dapat disimpulkan bahwa rata-rata persentase galat sebesar 0,1361%. Berdasarkan dari hasil persentase galat menunjukkan bahwa tingkat akurasi solusi penyelesaian berbasis *Matlab Mobile* sangat tinggi, yaitu sebesar 99,8639%.

4. Kesimpulan

Berdasarkan proses penelitian yang telah dilakukan dengan tahapan-tahapan yang sudah sesuai dengan perencanaan, maka dapat dilakukan penarikan kesimpulan dan pemberian saran sebagai berikut: 1) Solusi numerik berbasis *Matlab Mobile* dengan bahasa pemrograman yang benar akan memiliki hasil yang sama dengan solusi numerik yang diperoleh secara manual; 2) Rata-rata persentase galat dari ketiga soal yang dikerjakan dengan tiga metode berbasis *Matlab Mobile* adalah sebesar 0,1361%. Ini menunjukkan bahwa tingkat akurasi solusi penyelesaian berbasis *Matlab Mobile* sangat tinggi, yaitu sebesar 99,8639%; 3) Aplikasi *Matlab Mobile* pada *smartphone* dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran untuk menemukan solusi penyelesaian masalah integrasi numerik; 4) Perlu dilakukan analisis lebih lanjut mengenai hasil penerapan dari penggunaan *Matlab Mobile* dalam pembelajaran untuk meningkatkan minat dan motivasi belajar mahasiswa.

Daftar Pustaka

- [1] E. Erma, W. Alwi, and N. Nur, "Solusi Integrasi Numerik Dengan Metode Simpson (Simpson'S Rule) Pada Transformasi Hankel," *J. MSA (Mat. dan Stat. serta Apl.)*, vol. 5, no. 1, p. 81, 2017, doi: 10.24252/jmsa.v5n1p81.
- [2] E. E, P. Rahayu, and F. Zuhairoh, "Perbandingan Solusi Numerik Integral Lipat Dua Pada Fungsi Aljabar Dengan Metode Romberg Dan Simulasi Monte Carlo," *J. MSA (Mat. dan Stat. serta Apl.)*, vol. 5, no. 1, p. 46, 2017, doi: 10.24252/jmsa.v5n1p46.
- [3] O. P. Maure and S. Mungkasi, "Verifikasi Tingkat Keakuratan Beberapa Metode Integrasi Numerik Fungsi Atas Satu Peubah Bebas," *Silogisme*, vol. 6, no. 1, pp. 58–64, 2021.
- [4] Yahya, M. Sadali, and Mahpuz, "Tingkat Ketepatan Hasil Perhitungan Integrasi Numerik Menggunakan Bahasa Pemrograman C# Pada Metode Reimann dan Trapezium," *J. Inform. dan Teknol.*, vol. 2, no. 1, pp. 8–17, 2019.
- [5] M. D. Nasution and E. Nasution, "Pengembangan Bahan Ajar Metode Numerik dengan Pendekatan Metakognitif Berbantuan MATLAB," *Mosharafa*, vol. 6, no. 1, pp. 69–80, 2017.
- [6] N. S. Bina and B. Triandi, "Perhitungan Dan Visualisasi Fungsi Kudrat dan Penerapan Integral: Studi Penggunaan Autograph," *CSRID J.*, vol. 13, no. 3A, pp. 201–210, 2021, [Online]. Available: <http://csrid.potensi-utama.ac.id/ojs/index.php/CSRID/article/view/605%0Ahttp://csrid.potensi-utama.ac.id/ojs/index.php/CSRID/article/viewFile/605/288>.
- [7] Z. Busrah, *Buku Ajar Matematika Komputasi Berbasis Pemrograman Matlab*, 1st ed. Parepare: Percetakan Kaaffah, 2019.

-
- [8] Nopriani, A. Ansar, and D. Ekawati, "Pengintegralan Numerik untuk Interval Titik yang Tidak Sama menggunakan Aturan Boole," vol. 3, no. 1, pp. 8–13, 2021.
- [9] S. Wigati, "Penerapan Geogebra Handphone Android untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah, Keaktifan, dan Motivasi Belajar Siswa," *J. Inov. Pembelajaran Karakter*, vol. 4, no. 4, pp. 1–7, 2019.
- [10] J. F. C. Acero, W. R. L. Viamonte, W. M. S. Vilcapaza, and O. C. Velasquez, "Matlab Mobile as a Support Tool for The Performance of Students in Engineering," *Int. Symp. Eng. Accredit. Educ. (ICACIT)*, pp. 1–4, 2019, doi: 10.1109/ICACIT46824.2019.9130340.
- [11] C. Rahmad, D. S. E. Ikawati, and Y. W. Syaifudin, *Metode Numerik*, 1st ed. Malang: Polinema Press, 2018.
- [12] R. A. Sukmawati, H. S. Purba, and M. Pramita, *Bahan Ajar Metode Numerik*, 1st ed. Yogyakarta: Deepublish, 2021.
- [13] M. Md. Moheuddin, M. Abdus Sattar Titu, and S. Hossain, "A New Analysis of Approximate Solutions for Numerical Integration Problems with Quadrature-based Methods," *Pure Appl. Math. J.*, vol. 9, no. 3, p. 46, 2020, doi: 10.11648/j.pamj.20200903.11.